

VOLUME 4

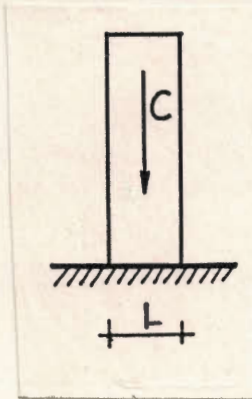
ÉTUDE DES STRUCTURES

	Page
1) PRINCIPE DE CALCUL	1
2) LES VOÛTES	6
3) COUPOLE SUR PLAN CARRE	17
4) COUPOLE SUR PLAN CIRCULAIRE	21

1) PRINCIPE DE CALCUL

1,1) Cas d'un simple mur

1,11) Par journée sans vent



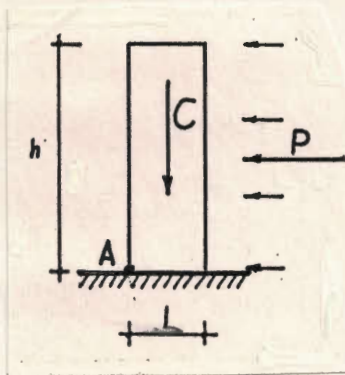
Un problème se pose: la résistance des matériaux.
Le sol supporte-t'il la CHARGE "C" du mur ?

La réponse dépend de la contrainte de compression admissible du sol : T_{csol} (caractéristique propre au matériau).

La contrainte de compression exercée par le mur doit être inférieure à T_{csol} :

$$\frac{C}{L \cdot 100} < T_{csol}$$

1,12) Par journée de grand vent



Deux problèmes se posent:

. la résistance des matériaux, (même problème de CHARGE qu précédemment),

. la stabilité du mur (le mur va-t'il basculer autour du point A? problème de POUSSÉE "P").

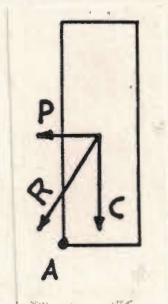
Il existe deux méthodes de calcul:

Calcul mathématique:

$$M_A > 0 < = >$$

$$C \cdot L/2 > P \cdot h/2$$

Calcul graphique:



La résultante R doit rester à droite du point A.

1,13) Conséquences de la poussée

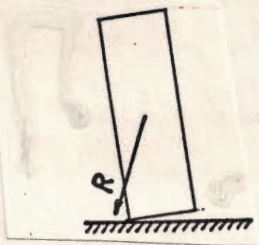
a) L'excentricité

Plus la résultante des forces s'écarte de la fibre moyenne, plus le risque de fissure est grand à la base du mur.

La contrainte de compression ne se calcule plus à partir de la section du mur mais avec la "surface utile"

$$3/2.d.100$$

b) La rupture



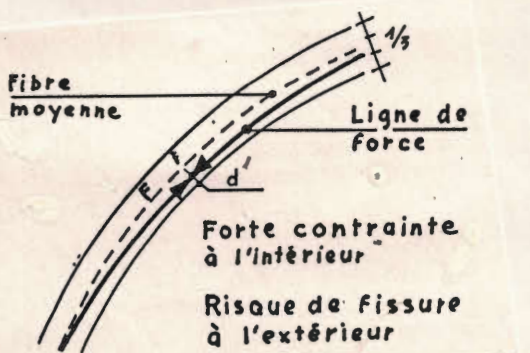
Quand la résultante des forces sort de l'aire de sustentation, il y a rupture.

Causes possibles:

- . une poussée trop importante;
- . une contrainte de compression excessive traduite par un écrasement d'un côté, une fissuration de l'autre.

1,2) Cas d'une voûte

1,21) Les critères de stabilité



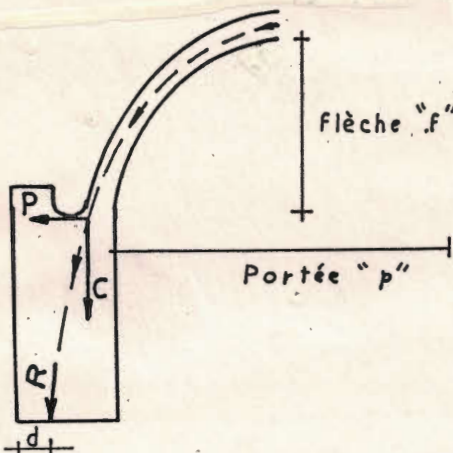
La forme de la voûte doit être telle que la fibre moyenne reste aussi proche que possible de la ligne de force. En général, pour les voûtes maçonnées de petite portée où seules les forces de compression sont admises, on adopte la forme de la "chaînette".

a) L'excentricité est tolérée jusqu'à $1/6$ de l'épaisseur de la voûte et de chaque côté de la fibre moyenne:

la ligne de force doit rester dans le $1/3$ central.

b) Plus le rapport flèche/portée est petit, plus la poussée est importante.

c) Les dimensions du mur doivent être telles que la ligne de force reste toujours dans le mur.



1,22) Les contraintes de compression

La contrainte de compression dans la maçonnerie doit être inférieure à la contrainte de compression admissible du matériau (ca).

Pour le projet PCGRNAT, le matériau est le bloc d'adobe:
 de résistance à la compression de 30 kg/cm^2
 et - afin de respecter les normes de sécurité de coefficient 12 (voir vol. 3, page 6) -
 la Tca est fixée à $30/12$, soit $2,5 \text{ kg/cm}^2$.

Donc -

dans la voûte:

F

$$\frac{\text{-----}}{3/2.d'.100} < 2,5 \text{ kg/cm}^2$$

dans le mur:

R

$$\frac{\text{-----}}{3/2.d'.100} < 2,5 \text{ kg/cm}^2$$

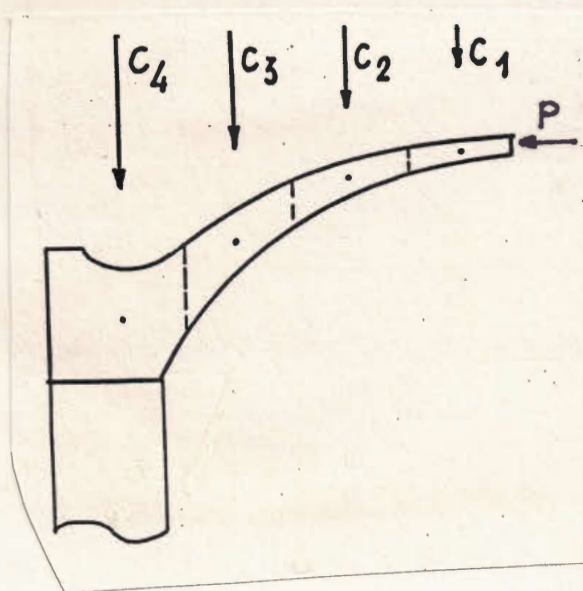
1,23) Méthode de résolution

Pour répondre aux questions de stabilité et de résistance des matériaux, il faut connaître:

- . la position de la ligne de force dans la voûte,
- . la valeur de la poussée.

La forme géométrique de la voûte rend le calcul mathématique compliqué.
 Par le calcul graphique, la résolution est plus simple.

1,3) Méthode du calcul graphique

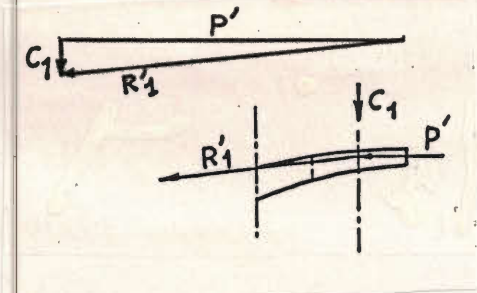


* Quelle que soit la voûte, considérer l'axe de symétrie tel que les deux demi-voûtes soient identiques.

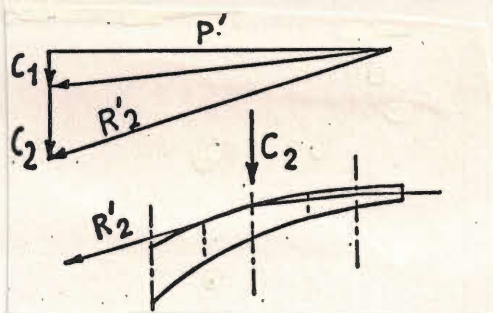
Le sommet étant considéré comme une charnière, par axiome, la force "P" est horizontale.

* Subdiviser la demi-voûte en plusieurs sections de manière qu'il soit facile d'en déterminer leur centre de gravité et leur surface. Calculer le poids "C" de chaque section, connaissant la densité du matériau de la voûte.

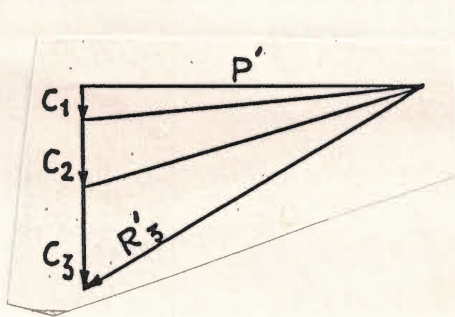
* En fixant arbitrairement une valeur pour la force horizontale P', dessiner le dynamique des forces pour chaque section, afin de tracer le funiculaire provisoire.



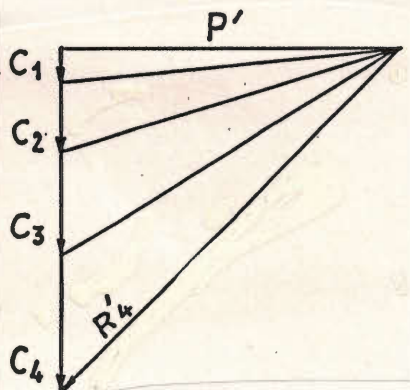
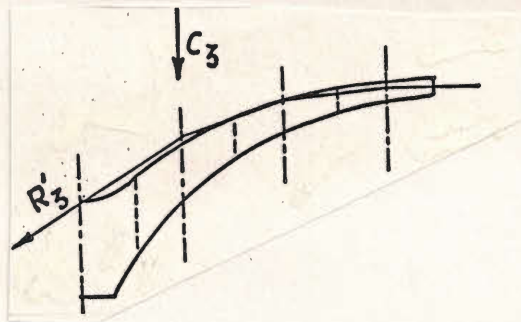
Dynamique et funiculaire: 1ère section



Dynamique et funiculaire: 2ème section



Dynamique et funiculaire: 3ème section



* La ligne de gravité

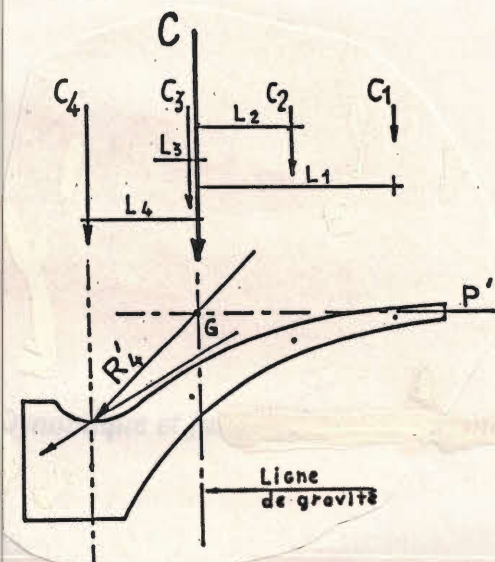
Le dernier dynamique des forces donne R'4.

Sur le funiculaire provisoire, le point d'intersection entre R'3 et la ligne de gravité de la quatrième section est le point d'origine de la résultante R'4. Suivant son inclinaison, R'4 coupe l'axe horizontal au point "G". Point par lequel passe la ligne de gravité de la demi-voute.

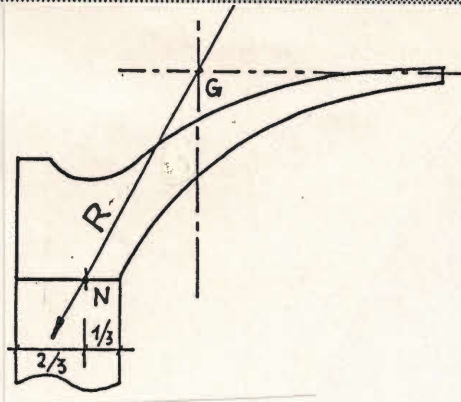
Vérification de la position du point "G":

La somme des moments à gauche est-elle égale à la somme des moments à droite?

$$C4.L4 + C3.L3 = C2.L2 + C1.L1$$



Dynamique et funiculaire complet, mais provisoire



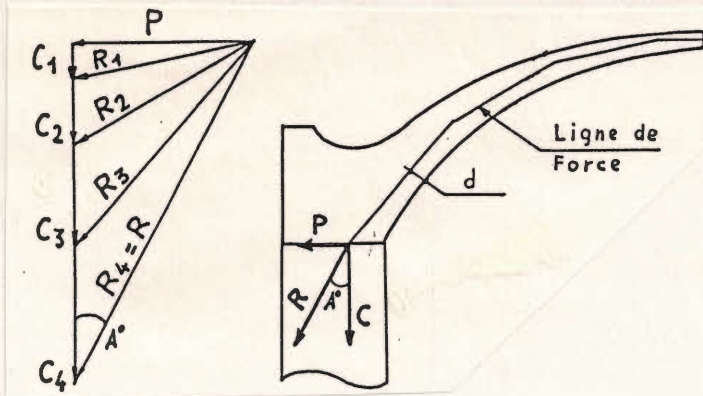
* La vraie force horizontale

La résultante R de la vraie force horizontale P et la charge de la demi-voûte C doit passer par "G" et un point à la naissance de la voûte. (Voir *Tracé de la résultante R* ci-contre.)

Dans le cas le plus défavorable, ce point est à $1/3$ de la surface d'appui commune entre le mur et la voûte, côté intérieur. En effet cela correspond à l'excentricité maximale autorisée.

Tracé de la résultante R

Une fois l'inclinaison de R connue, on peut tracer sur la dynamique des forces la vraie valeur de P et les vraies valeurs des résultantes de chaque section.



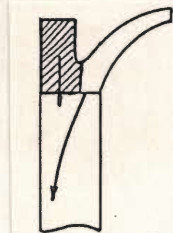
Ces résultantes (R_1, R_2, R_3, R_4) permettent de dessiner la ligne de force sur la demi-voûte.

$P < P'$: les vraies résultantes sont plus inclinées d'où une ligne de force tendant vers le $1/3$ intérieur. Surtout au premier quart, zone critique.

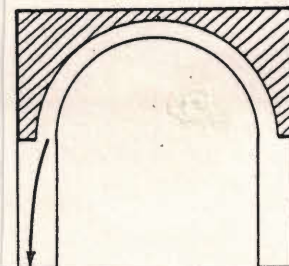
La valeur de la résultante R et de la poussée P peuvent se trouver en mesurant directement sur le dynamique des forces ou par trigonométrie en mesurant l'angle A .

Remarque

Cette méthode graphique permet de voir qu'il est facile de diminuer la poussée en augmentant la charge de C_4 :



- par un acrotère,



- en recouvrant la voûte (grande stabilité mais augmente la contrainte dans les fondations.)

Ceci est un apport de stabilité. Le calcul doit être fait pour la voûte à nu, afin qu'elle reste stable en phase de construction, avant de recevoir la surcharge. Si la surcharge est trop exagérée, faire un deuxième calcul.

Conclusion

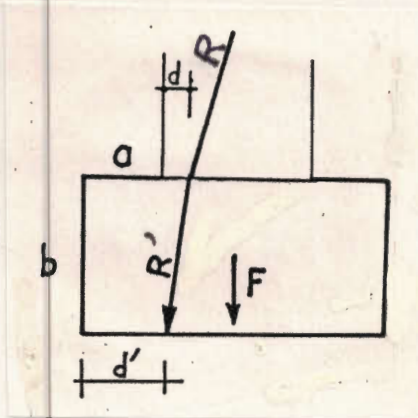
- On connaît le cheminement de la ligne de force dans la voûte, ce qui permet de calculer les contraintes de compression maximales.
- On connaît la charge de la demi-voûte C et la poussée P ce qui permet de dimensionner les murs et les fondations.

1,4) Fondations

C'est l'élément principal de stabilité.

Caractéristiques: $a > 10 \text{ cm}$, $b = 2.a$

La contrainte de compression au sol (Tcsol) doit être inférieure à la contrainte de compression admissible du sol. Pour des mesures de sécurité, nous admettons que le sol admet au maximum $0,5 \text{ kg/cm}^2$.



Le poids F du massif de fondation ne rentre pas dans le cumul des charges car le sol supportait déjà le poids de la terre se trouvant à la place des fondations.

Par contre le poids F diminue l'excentricité de la résultante des forces. Ce qui augmente la surface utile.

Au niveau de la fondation, la surface utile peut se calculer d'après $2.d$ et non plus seulement $3/2.d$.

Ainsi: $R' / 2.d'.100 < 0,5 \text{ kg/cm}^2$

2) LES VOUTES

2,1) Simplification du tracé de la voûte

2,11) Méthode de traçage utilisée par le Projet PCGRNAT

Les voûtes construites par le Projet ont toutes la forme de la chaînette inversée. Le rapport flèche/portée est toujours le même: $56,8 \%$. Rapport qui se situe entre les deux résultats communiqués par "Development Workshop" qui étudia les voûtes nubiennes en Egypte et dont il ressort que deux types de voûtes prédominent: rapport $58,3 \%$ et 55% . Le dernier rapport est intéressant car la flèche est facile à calculer: c'est la moitié de la portée plus $1/10$ de cette moitié.

La formule mathématique de la chaînette est complexe:

$$y = ach - \frac{x^2}{a}$$

$$y = a \left(\frac{e^{x/a} + e^{-x/a}}{2} \right)$$

En fait, cette formule n'est pas utile car en plaquant une chaîne contre un mur on obtient la bonne forme. En lui donnant le rapport $56,8 \%$, on a toutes les coordonnées des points.

Pour tracer les voûtes, le projet donne aux maçons trois points (en plus des deux correspondant à l'écartement intérieur des murs - la portée "p"-):

- un situé à la verticale de $p/2$
- un situé à la verticale de $p/4$
- un situé à la verticale de $3p/4$

Ensuite les maçons tracent à l'oeil la forme de la chaînette en passant par les cinq points. (Il faut beaucoup d'expérience).

a) Inconvénients de cette méthode

Cette méthode est tributaire:

- . d'un technicien pour calculer à chaque portée la hauteur des trois points;
- . du système métrique.

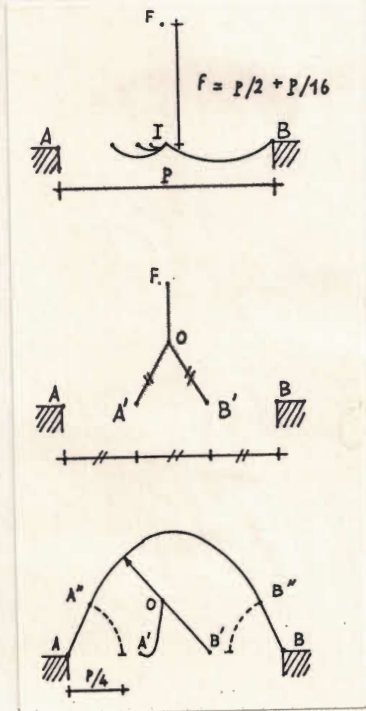
b) Solutions

Utiliser un rapport dont la flèche peut se déterminer facilement avec une ficelle, d'après la portée.

- $f/p = 56,3 \% : f = p/2 + p/16$
- $f/p = 66,6 \% : f = 2/3 \times p$
- $f/p = 75 \% : f = 3/4 \times p$

Suivant le principe du triangle égyptien (trois segments de cercle), on peut tracer l'intrados avec trois ficelles et trois clous.

2,12) Tracé de la voûte: $f/p = 56,3 \%$



* La portée p est déterminée par l'écartement des murs A et B.

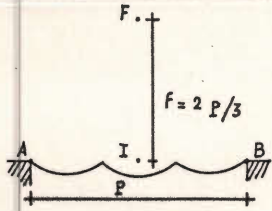
Le point F, en haut de la flèche, est à $p/2 + p/16$ au dessus de I, milieu de (A,B).

* Confectionner deux cordes de longueur $p/3$.

Tracer A' et B' respectivement à $p/3$ de A et $p/3$ de B. Attacher une corde en A' et l'autre en B' et réunir les deux bouts restant (point O).

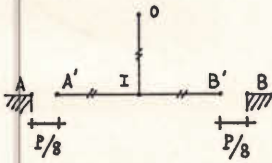
Relier une troisième corde en O, d'une longueur (O,F).

* En déplaçant l'extrémité F de l'ensemble des trois cordes tendues, la voûte est tracée de A'' à B''. Finir à main levée (pratiquement droit).

2,13) Tracé de la voûte: $f/p = 66,6 \%$ 

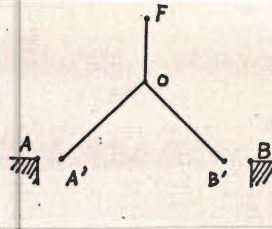
* La portée p est déterminée par l'écartement des murs A et B.

Le point F, en haut de la flèche, est à $2/3$ de p au dessus de I, milieu de (A,B).



* Tracer A' et B' respectivement à $p/8$ de A et $p/8$ de B.

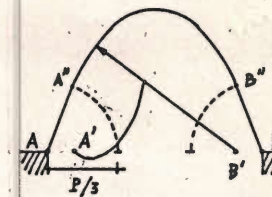
Tracer le point O sur le mur tel que $(O,I) = (I,A')$.



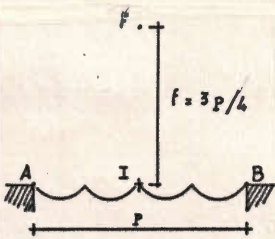
* Confectionner deux cordes de longueur (O,A') .

Attacher une corde en A' et l'autre en B' et réunir les deux bouts restant (point O).

Relier une troisième corde en O, d'une longueur (O,F) .

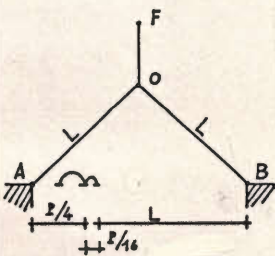


* En déplaçant l'extrémité F de l'ensemble des trois cordes tendues, la voûte est tracée de A'' à B''. Finir à main levée (pratiquement droit).

2,14) Tracé de la voûte: $f/p = 75 \%$ 

* La portée p est déterminée par l'écartement des murs A et B.

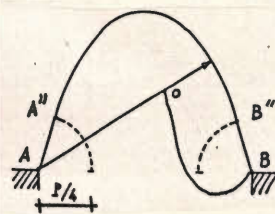
Le point F, en haut de la flèche, est à $3/4$ de p au dessus de I, milieu de (A,B).



* Confectionner deux cordes de longueur $p = p/4$ et $p/16$.

Attacher une corde en A et l'autre en B et réunir les deux bouts restant (point O).

Relier une troisième corde en O, d'une longueur (O,F) .



* En déplaçant l'extrémité F de l'ensemble des trois cordes tendues, la voûte est tracée de A'' à B''. Finir à main levée (pratiquement droit).

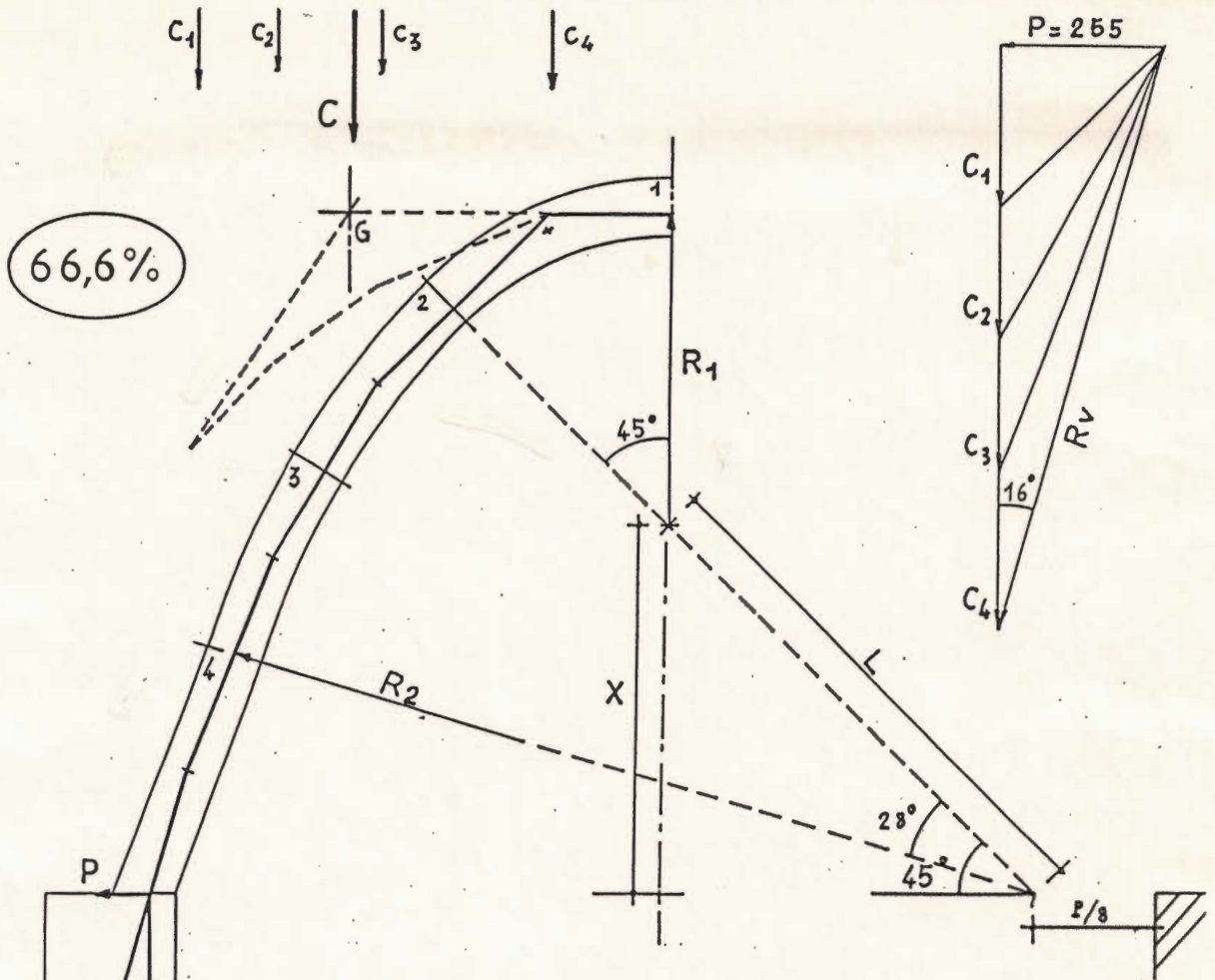
2,2) Poussée et ligne de force pour trois types de voûtes

Ce tracé, par les trois segments de cercle, facilite la résolution par la méthode graphique. En effet, il est possible, pour les trois types de voûtes, de diviser la demi-voûte en quatre sections dont la surface peut se calculer en fonction de la portée "p".

Les calculs qui suivent sont faits à partir de ces données:

- . l'épaisseur de la voûte $e = 18 \text{ cm}$ (une seule couche de blocs),
- . les tracés sont faits pour $p = 3,00 \text{ m}$,
- . l'échelle = 1/23.
- . la densité $d = 1800 \text{ kg/m}^3$





$$f = 2p/3 \quad L = (p/2 - p/8) / \cos 45^\circ \quad X = p/2 - p/8$$

$$R1 = f - X + e/2 \quad R2 = L + R1$$

Charge C

pour $p = 3 \text{ m}$

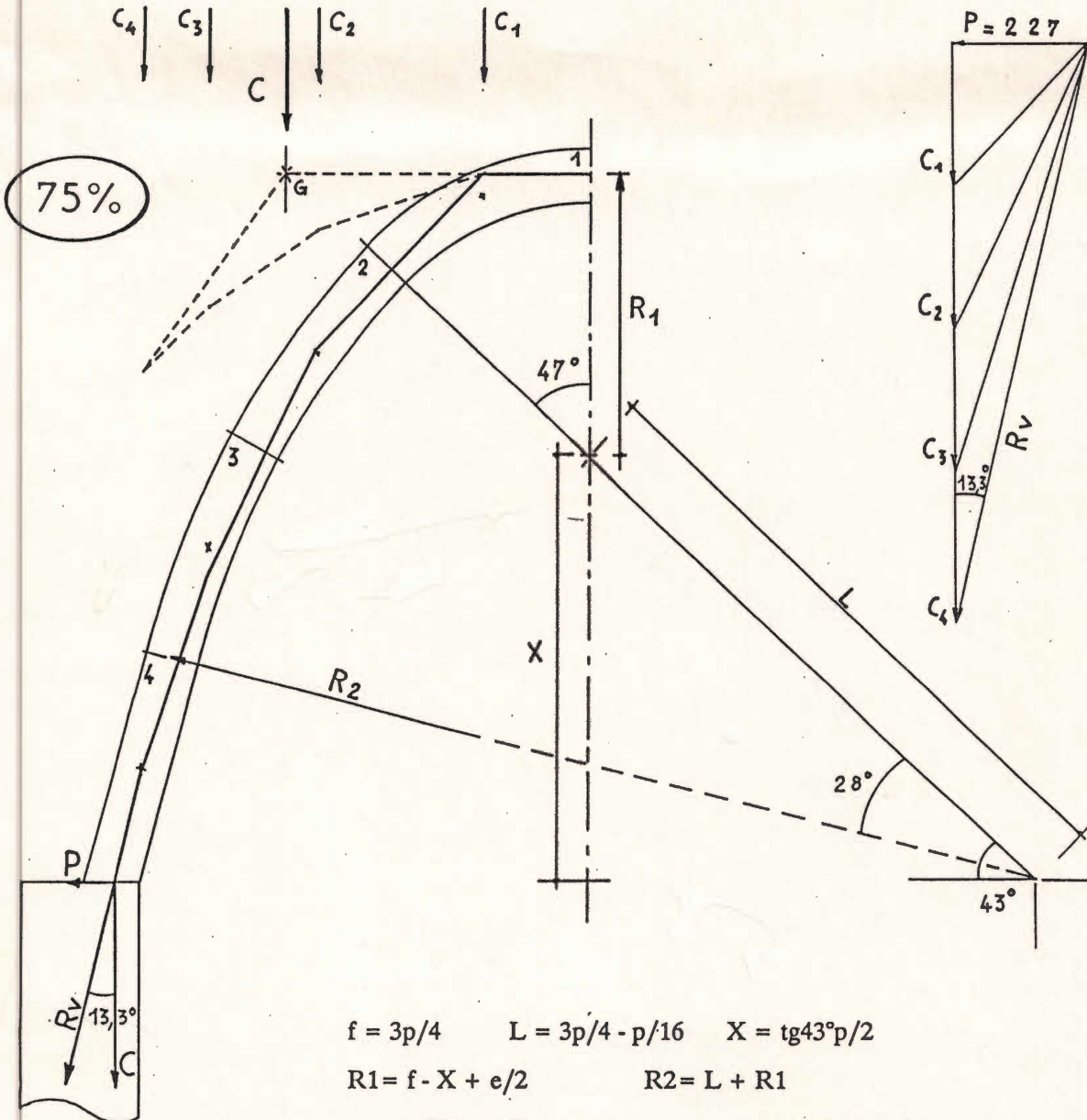
n° 1	$C1 = R1 \cdot 45 \times \pi / 180 \text{ e d}$	$C1 = 245 \text{ kg}$
n° 2	$C2 = R2 \cdot 14 \times \pi / 180 \text{ e d}$	$C2 = 200 \text{ kg}$
n° 3	$C3 = C2$	$C3 = 200 \text{ kg}$
n° 4	$C4 = p/4 \text{ e d}$	$C4 = 245 \text{ kg}$

$$C = 890 \text{ kg}$$

Tableau: Poussée et Charge / portée

p m	f m	L m	X m	R1 m	R2 m	C1 kg	C2 kg	C4 kg	C kg	P kg
2	1,33	1,06	0,75	0,67	1,73	171	137	162	607	174
2,5	1,67	1,33	0,94	0,82	2,14	208	169	203	749	215
3	2,00	1,59	1,13	0,96	2,55	245	202	243	892	255
3,5	2,33	1,86	1,31	1,11	2,96	282	234	284	1034	296
4	2,66	2,12	1,50	1,25	3,37	319	267	324	1177	337
4,5	3,00	2,39	1,69	1,40	3,79	356	299	365	1319	378
5	3,33	2,65	1,88	1,55	4,20	393	332	405	1461	419

Charge C et poussée P en fonction de la portée p pour une voûte de rapport flèche/portée de 66,6%



$$f = 3p/4 \quad L = 3p/4 - p/16 \quad X = \text{tg}43^\circ p/2$$

$$R1 = f - X + e/2 \quad R2 = L + R1$$

Charge C

pour p = 3 m

n° 1	$C1 = R1 \cdot 47 \times \pi / 180 \cdot e \cdot d$	$C1 = 235 \text{ kg}$
n° 2	$C2 = R2 \cdot 15 \times \pi / 180 \cdot e \cdot d$	$C2 = 240 \text{ kg}$
n° 3	$C3 = C2$	$C3 = 240 \text{ kg}$
n° 4	$C4 = p/4 \cdot e \cdot d$	$C4 = 245 \text{ kg}$

$$C = 960 \text{ kg}$$

Tableau: Poussée et Charge / portée

p m	f m	L m	X m	R1 m	R2 m	C1 kg	C2 kg	C4 kg	C kg	P kg
2	1,50	1,38	0,93	0,66	2,03	165	161	162	648	153
2,5	1,88	1,72	1,16	0,80	2,52	200	199	203	801	189
3	2,25	2,06	1,40	0,94	3,01	236	238	243	954	225
3,5	2,63	2,41	1,63	1,08	3,49	271	276	284	1107	261
4	3,00	2,75	1,86	1,23	3,98	307	314	324	1260	298
4,5	3,38	3,09	2,10	1,37	4,46	342	353	365	1413	334
5	3,75	3,44	2,33	1,51	4,95	378	391	405	1565	370

Charge C et poussée P en fonction de la portée p pour une voûte de rapport flèche/portée de 75%

2,3) Dimensions du mur et des fondations

Connaissant la poussée et la charge de la voûte, quelle que soit la portée, il est possible de dimensionner les murs et les fondations.

Pour une largeur l donnée (en général 40 cm ou 60 cm),

- la hauteur h du mur doit être telle que:

$$R / (3/2.d.100) < 2,5 \text{ kg/cm}^2$$

- la fondation doit être telle que:

$$R' / (2.d'.100) < 0,5 \text{ kg/cm}^2$$

Exemple:

Un particulier veut construire une case voûtée de 3m de large. La voûte serait de type $f/p = 56,3\%$, bâtie sur des murs de 1,5m de haut et 0,4m de large. Il prévoit des fondations de 60cm de large par 30 cm de haut.

Cette structure est-elle stable?

a) Examinons si au bas du mur la contrainte compression (T_c) n'est pas supérieure à la contrainte de compression admissible du bloc (T_{ca}):

* par le tableau de valeurs page 10, on connait en lisons la ligne $P = 3m$:

la flèche $f = 1,69m$;
la charge $C = 798 \text{ kg}$;
la poussée $P = 288 \text{ kg}$.

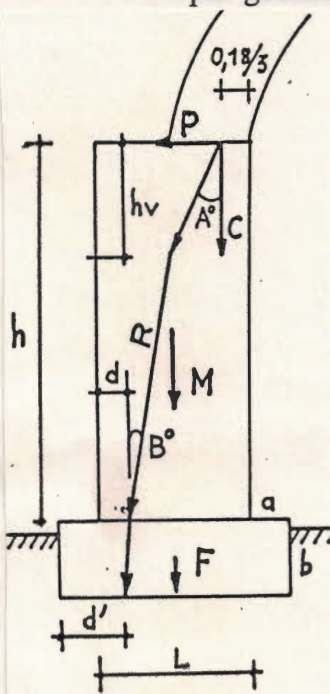
* par la densité ρ de l'adobe, on calcule le poids du mur M sur 1m:

$$M = L.h.\rho = 0,4 \times 1,5 \times 1800 = 1080 \text{ kg}$$

* par Pythagore, on obtient la résultante R au bas du mur:

$$R = \sqrt{P^2 + (C + M)^2} = 1900 \text{ kg}$$

* par géométrie sur le croquis ci-contre, on calcule la distance d :



$$\text{tg } B^\circ = P / (C + M) = 0,15$$

mais aussi -

$$\text{tg } B^\circ = (L/2 - d) / (h - h_v) \text{ avec } h_v = (L/2 - 0,18/3) / \text{tg } A^\circ$$

$$\text{d'où } d = L/2 + \text{tg } B \frac{L/2 - 0,06}{\text{tg } A^\circ} - h \text{ avec } \text{tg } A^\circ = P/C$$

soit $d = 3 \text{ cm}$ ce qui nous donne

$$T_c = R / (3/2.d.100) = 4,28 \text{ kg/cm}^2 \quad (> 2,5 \text{ cm}^2)$$

La contrainte est excessive. Il faut donc modifier le plan. On a quatre solutions:

- . augmenter L
- . diminuer h
- . diminuer p
- . changer le type de voûte (moins de poussée).

Choisissons la quatrième solution: par exemple la voûte $f/p = 75 \%$.

par le tableau page 12 et par la démarche précédente, on obtient des nouvelles valeurs:

$$P = 225 \text{ kg}$$

$$C = 954 \text{ kg}$$

$$R = 2046 \text{ kg}$$

$$\text{tg } B = 0,11$$

$$d = 8 \text{ cm}$$

$$T_c = 1,77 \text{ kg/cm}^2$$

Cette fois la contrainte de compression au cas du mur est inférieure à $2,5 \text{ kg/cm}^2$.

b) Examinons deuxièmement si, sous la fondation la contrainte de compression n'est pas supérieure à la contrainte de compression admissible par le sol ($T_{\text{csol}} < 0,5 \text{ kg/cm}^2$).

Les fondations prévues sont de 60cm par 30cm, soit

$$a = (0,6 - 0,4) / 2 = 0,1 \text{ m}$$

$$b = 0,3 \text{ m}$$

* par la densité du matériau de la fondation $\rho = 1800 \text{ kg/m}^3$

$$F = 0,6 \times 0,3 \times 1800 = 324 \text{ kg}$$

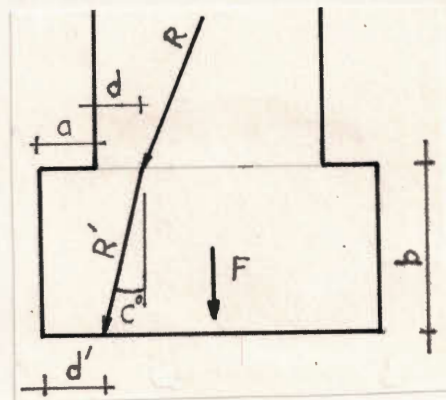
* par géométrie sur le croquis ci-contre,

on calcule la distance d'

$$d' = a + d - b \text{tg} C^\circ$$

$$d' = a + d - b [P / (M + C + F)]$$

$$d' = 0,15 \text{ m}$$



$$d' \text{ où } T_{\text{csol}} = R / 2 \cdot d' \cdot 100 = 0,69 \text{ kg/cm}^2 \quad (> 0,5 \text{ kg/cm}^2)$$

La contrainte sur le sol est excessive: deux solutions possibles -

- . changer les dimensions de la case,
- . augmenter les dimensions des fondations.

Choisissons la deuxième solution: fondations de 80 cm par 45 cm.

$$a = (0,8 - 0,4) / 2 = 0,2 \text{ m}$$

$$b = 0,45 \text{ m}$$

$$F = 432 \text{ kg}$$

$$d' = 24 \text{ cm}$$

$$T_{\text{csol}} = 0,43 \text{ kg/cm}^2 < 0,5 \text{ kg/cm}^2, \text{ correct.}$$

c) Conclusion:

Pour être stable et résistante, la case voûtée d'une portée de 3m ayant des murs de 1,5m de haut et 0,4 de large, devra reposer sur des fondations de 80 x 45 cm et avoir une voûte d'un rapport flèche/portée de 75%.

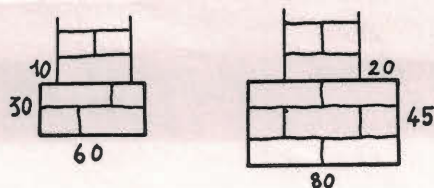
2,4) Hauteur maximale des murs

2,41) Grandes fondations

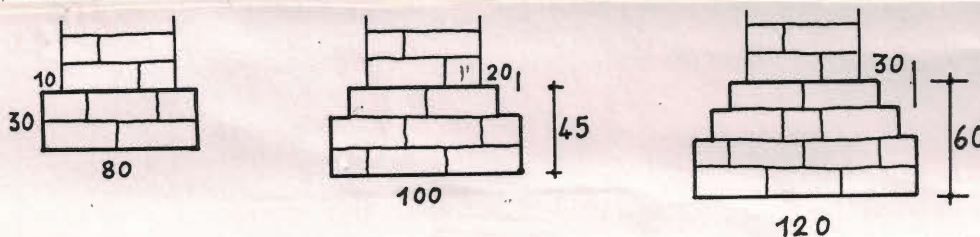
Le tableau qui suit donne, pour les trois types de voûtes, la hauteur de mur maximale pour des murs de 40 cm et 60 cm de large.

Les dimensions des fondations sont celles obtenues par la combinaison de blocs 40x18x15.

Soit, pour un mur de 40 cm:



Soit, pour un mur de 60 cm:



Dans ce tableau:

- tous les murs de 40 cm nécessitent des fondations de 80 cm.
- tous les murs de 60 cm nécessitent des fondations de 120 cm.

portée		2	2,5	3	3,5	4	4,5	5	
56,3%	flèche		1,13	1,41	1,69	1,97	2,25	2,82	
	hauteur de mur	(40)	1,80	1,45	1,30	1,10	1,05	0,95	0,85
(60)		3,60	3,25	3,00	2,70	2,40	2,25	2,00	
66,6%	flèche		1,33	1,67	2,00	2,33	2,67	3,33	
	hauteur de mur	(40)	2,15	1,75	1,50	1,35	1,20	1,05	0,95
(60)		3,70	3,40	3,10	2,80	2,50	2,30	2,10	
75 %	flèche		1,50	1,88	2,25	2,63	3,00	3,38	3,75
	hauteur de mur	(40)	2,50	2,05	1,75	1,50	1,35	1,20	1,05
(60)		3,90	3,55	3,25	2,90	2,70	2,50	2,25	

Toutes les valeurs sont en mètre.

Voir le détail des calculs en annexe I.

2,42) Petites fondations

Par économie, la population se limite à de petites fondations.

Le tableau ci-après donne la hauteur maximale des murs dans le cas où l'on a:

- fondations de 60 cm sous des murs de 40 cm,
- fondations de 80 cm sous des murs de 60 cm.

portée		2	2,5	3	3,5	4	4,5	5	
56,3%	flèche	1,13	1,41	1,69	1,97	2,25	2,53	2,82	
	hauteur de mur	(40)	1,25	1,00	0,90	0,80	0,70	0,60	0,55
		(60)	2,05	1,80	1,65	1,50	1,35	1,25	1,15
66,6%	flèche	1,33	1,67	2,00	2,33	2,67	3,00	3,33	
	hauteur de mur	(40)	1,40	1,15	1,00	0,85	0,75	0,65	0,60
		(60)	2,15	1,95	1,75	1,35	1,40	1,30	1,20
75 %	flèche	1,50	1,88	2,25	2,63	3,00	3,38	3,75	
	hauteur de mur	(40)	1,55	1,30	1,10	0,95	0,80	0,70	0,65
		(60)	2,25	2,00	1,80	1,65	1,50	1,35	1,25

Toutes les valeurs sont en mètre.

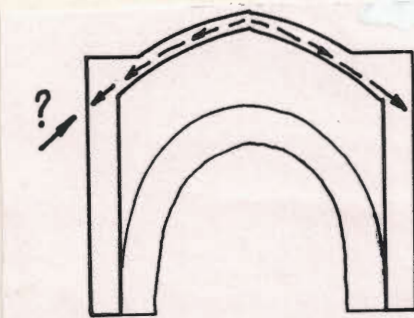
Voir le détail des calculs en annexe II.

3) COUPOLE SUR PLAN CARRE



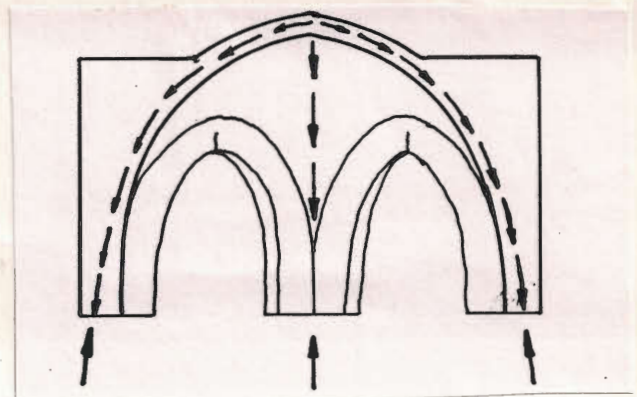
3,1) Stabilité

coupe



les façades ne contribuent pas à la stabilité.

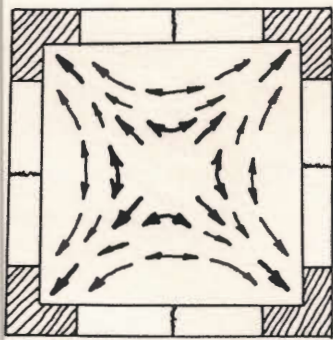
coupe diagonale



C'est par les pendentifs que descend le poids de la toiture jusqu'au sol.

Plus la naissance de la coupole est basse, plus la coupole est stable sur ses quatre pendentifs.

En fait, la coupole sur pendentifs peut être considérée comme étant une croisée de deux voûtes. Et le problème de stabilité se ramène à un calcul de voûte avec la même méthode graphique.



Vue de dessous

Les arches participent très peu à ce problème. Ils se construisent avant la coupole. Et c'est pourquoi, une fois chargées par la coupole, le point de compression remonte dans les arches au-dessus de la fibre moyenne créant une zone de traction au bas de la clef.

Ceci se traduit souvent par une fissure sous la clef de l'arche.

3,2) Calcul pour une case

Pour les coupoles, contrairement aux voûtes, il est difficile d'exprimer la descente de charge en fonction:

- du diamètre interne de la coupole,
- de l'excentricité E ,
- de la hauteur de la naissance de la coupole H .

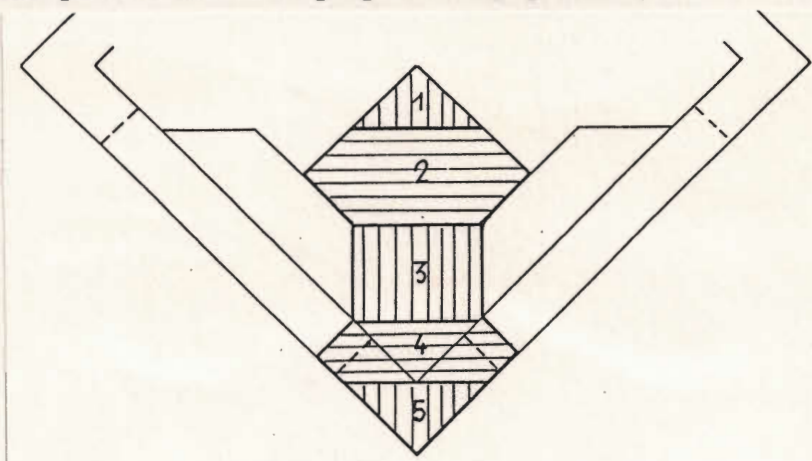
Mieux vaut faire un graphique et mesurer la stabilité et les contraintes pour chaque case que l'on veut construire.

Exemple: construction d'une case à coupole

Côté intérieur:	3,5 m
Epaisseur des murs:	40 cm
Coupole ogivale: Excentricité E	50 cm.
Hauteur de la naissance de la coupole H	80 cm.

(C'est le plus grand format que le PCGRNAT propose à la population).

Vue de dessus:

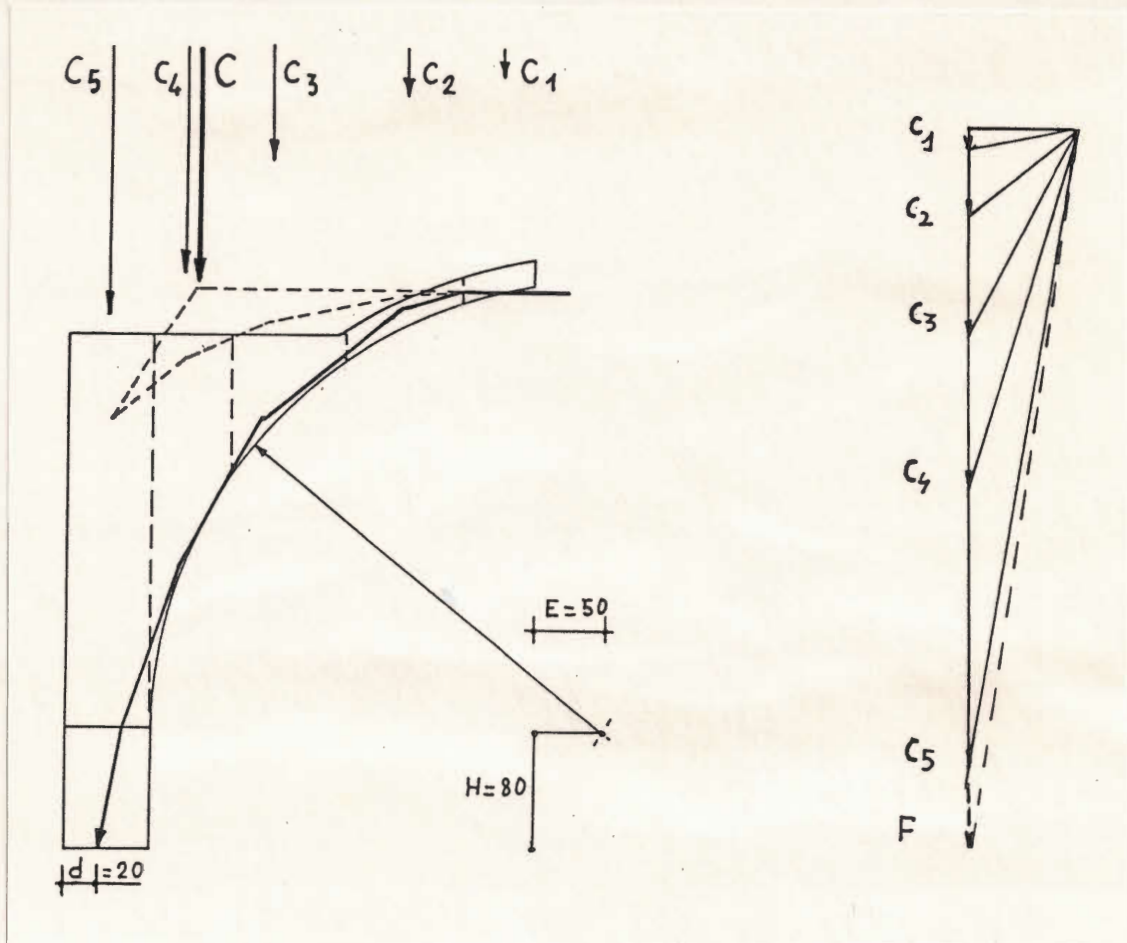


Les sections hachurées représentent la surface projetée sur le sol d'une demi-voûte.

Surface des cinq sections:

$$\begin{aligned}
 S_1 &= 1 \times 0,5/2 && = 0,25 \text{ m}^2 \\
 S_2 &= 1 \times 0,75 + 0,75 \times 0,36 && = 1,00 \text{ m}^2 \\
 S_3 &= 1 \times 0,75 && = 0,75 \text{ m}^2 \\
 S_4 &= 1 \times 0,5 + 0,5 \times 0,25 && = 0,63 \text{ m}^2 \\
 S_5 &= 1,08 \times 0,56/2 && = 0,30 \text{ m}^2
 \end{aligned}$$

Coupe sur pendentif:



La force horizontale passe par la mi-hauteur de la coupe entre les sections 1 et 2.
(Règle de mesure définie par l'expérience.)

Poids de chaque section (surface x épaisseur moyenne x densité):

$$\begin{aligned}
 C_1 &= 0,25 \times 0,25 \times 1800 && = 113 \text{ kg} \\
 C_2 &= 1 \times 0,25 \times 1800 && = 450 \text{ kg} \\
 C_3 &= 0,75 \times (1 + 0,2)/2 \times 1800 && = 810 \text{ kg} \\
 C_4 &= 0,63 \times (2,12 + 0,95)/2 \times 1800 && = 1000 \text{ kg} \\
 C_5 &= 0,30 \times 3,40 \times 1800 && = 1836 \text{ kg} \\
 &&& = 4210 \text{ kg}
 \end{aligned}$$

La forme ogivale, engendrée par l'excentricité ($E = 50\text{cm}$) et la faible hauteur de la naissance de la coupole ($H = 80\text{cm}$), sont traduites sur la coupe par une bonne stabilité au bas du pendentif et dans la pilier.

En effet, l'énorme masse de remblayage, au dessus du pendentif, contrebalance la poussée. La résultante reste au voisinage de l'axe du mur.

Par contre, le tracé de la ligne de force dans la coupole ne correspond pas à la réalité. Il est trop sur le bord intérieur. Or, une calotte sphérique est structurellement stable. Donc la ligne de force devrait se situer plus dans le tiers central. Cette différence vient de la simplification à considérer la coupole comme n'étant que le croisement de deux voûtes distinctes, alors qu'il existe des forces de liaison sur toute la surface de la calotte sphérique augmentant la stabilité de celle-ci.

Il reste les problèmes de contrainte dans la maçonnerie et sous les fondations. Les blocs les plus sollicités sont ceux situés à la base de l'angle du mur.

Cas le plus défavorable: arche en façade. Les pendentifs reprennent $1/4$ du poids de la structure.

Surface utile sous le pendentif:

$$d = 20\text{cm en coupe} \rightarrow 20 / \sqrt{2} = 15 \text{ cm en plan}$$

$$3/2 \times 15 (90 + 50) = 3150 \text{ cm}^2$$

$$T_c = 4210 / 3150 = 1,35 \text{ kg/cm}^2 \quad 2,5 \text{ kg/cm}^2 \text{ (correct)}$$

Dimensions des fondations (surface utile):

$$d' = 36 \text{ cm en coupe} \rightarrow 36 / \sqrt{2} = 25 \text{ cm en plan}$$

$$25 \times 2 \times 160 = 8040 \text{ cm}^2$$

$$T_{\text{sol}} = 4210 / 8040 = 0,53 \text{ kg/cm}^2 \text{ (} > 0,5)$$

Il faut des fondations plus grandes: 80 cm de large par 45 cm de profondeur.

Dimensions de la case à coupole:

Jusqu'à 3,50 m de côté intérieur, les murs restent à 40 cm d'épaisseur à condition que l'on ait:

- . une coupole d'excentricité $E = 50 \text{ cm}$,
- . la naissance de la coupole à $H = 80 \text{ cm}$,
- . des fondations de 80 cm par 45 cm, au minimum.

4) COUPOLE SUR PLAN CIRCULAIRE



4,1) Stabilité et contraintes

La coupole est de même type que dans le cas précédent: stable.

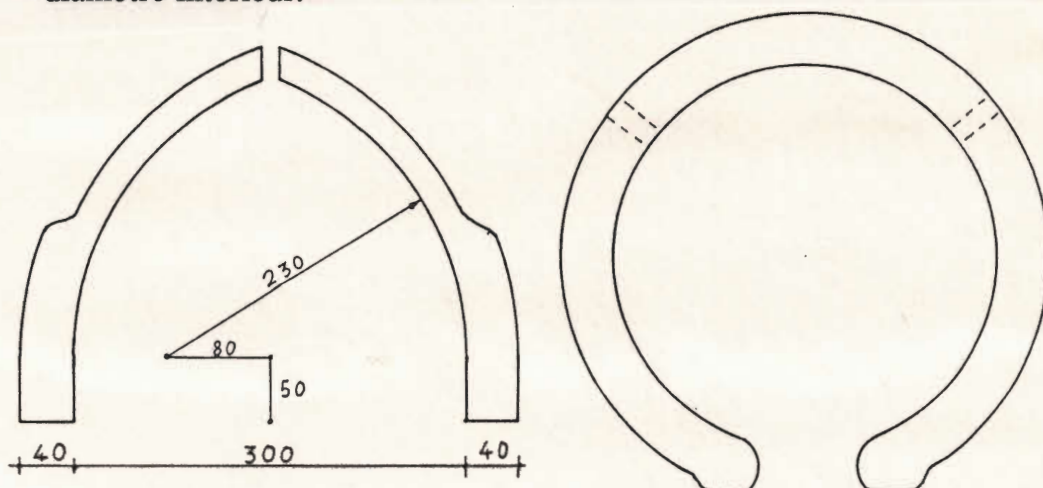
- Hauteur de la naissance (basse) $H = 80$ cm.
- Les parois sont rapidement verticales du fait de l'excentricité $E = 50$ cm (coupole ogivale).

Avantages par rapport au cas précédent:

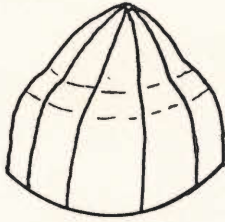
- il n'y a pas de concentration en un point comme avec le pendentif,
- les charges sont uniformément réparties sur toutes les fondations,
- les contraintes sont plus faibles.

4,2) Calcul pour une case

Une case type proposée par le PCGRNAT à la population est une case de 3,00 m de diamètre intérieur.

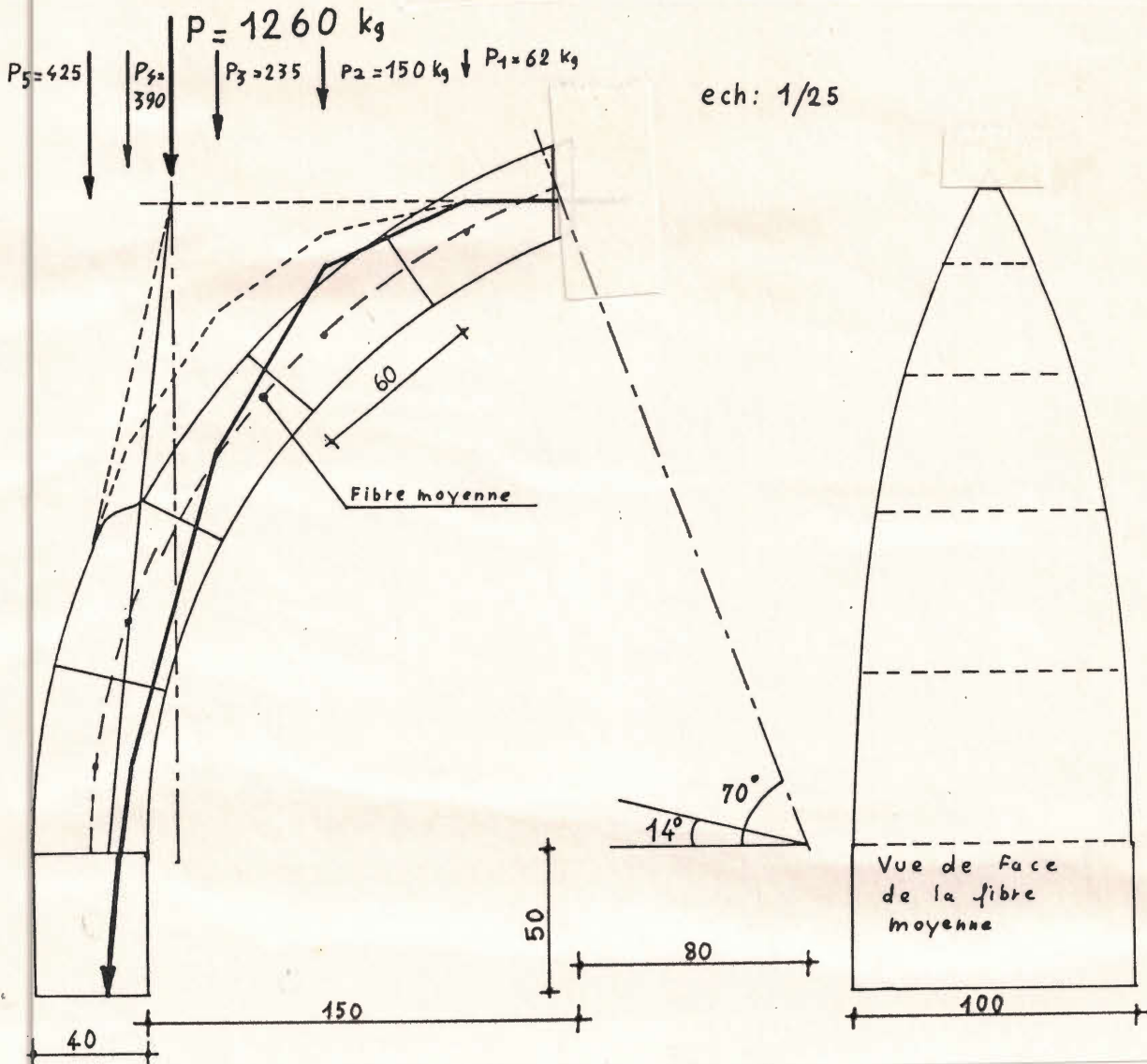


Calcul:



Considérer la coupole par tranches successives et appliquer la méthode graphique pour une tranche comme pour une demi-voute.

C'est une hypothèse pessimiste car, en réalité, toutes les tranches sont solidaires. Ce qui diminue les problèmes de poussée.



Dans la réalité, la résultante est davantage verticale, ce qui donne une plus grande stabilité.

Contrainte de compression:

La résultante étant centrée, on peut considérer toute la largeur du mur comme surface utile.

$$T_c = P/(l \times 100) = 1260 / 4000 = 0,3 \text{ kg/cm}^2$$

ANNEXE I

Hauteur de mur / larges fondations

VOUTE f/p = 56,3%

l m	h m	M kg	C kg	P kg	R kg	tg B	d m	Tc kg/cm	a m	b m	F kg	d' m	Tcs kg/cm ²	
pour p = 2 m	0,4	1,8	1296	543	196	1849	0,11	0,05	2,49	0,2	0,45	648	0,21	0,43
0,6	3,6	3888	543	196	4435	0,04	0,17	1,74	0,3	0,6	1296	0,45	0,49	
pour p = 2,5 m	0,4	1,45	1044	671	242	1732	0,14	0,05	2,30	0,2	0,45	648	0,2	0,42
0,6	3,25	3510	671	242	4188	0,06	0,15	1,86	0,3	0,6	1296	0,42	0,49	
pour p = 3 m	0,4	1,3	936	798	288	1758	0,17	0,05	2,41	0,2	0,45	648	0,19	0,45
0,6	3	3240	798	288	4048	0,07	0,13	2,02	0,3	0,6	1296	0,4	0,50	
pour p = 3,5 m	0,4	1,1	792	925	334	1749	0,19	0,06	1,89	0,2	0,45	648	0,2	0,44
0,6	2,7	2916	925	334	3855	0,09	0,12	2,09	0,3	0,6	1296	0,38	0,50	
pour p = 4 m	0,4	1,05	756	1052	379	1847	0,21	0,06	2,01	0,2	0,45	648	0,19	0,48
0,6	2,4	2592	1052	379	3664	0,1	0,12	2,04	0,3	0,6	1296	0,37	0,49	
pour p = 4,5 m	0,4	0,95	684	1180	425	1912	0,23	0,07	1,77	0,2	0,45	648	0,2	0,49
0,6	2,25	2430	1180	425	3635	0,12	0,11	2,13	0,3	0,6	1296	0,36	0,50	
pour p = 5 m	0,4	0,85	612	1307	471	1976	0,25	0,09	1,52	0,2	0,45	648	0,2	0,48
0,6	2	2160	1307	471	3499	0,14	0,12	1,96	0,3	0,6	1296	0,36	0,49	

VOUTE f/p = 66,6 %

l m	h m	M kg	C kg	P kg	R kg	tg B	d m	Tc kg/cm	a m	b m	F kg	d' m	Tcs kg/cm ²	
pour p = 2 m	0,4	2,15	1548	607	174	2162	0,08	0,06	2,49	0,2	0,45	648	0,23	0,47
0,6	3,7	3996	607	174	4606	0,04	0,19	1,66	0,3	0,6	1296	0,47	0,49	
pour p = 2,5 m	0,4	1,75	1260	749	215	2020	0,11	0,05	2,48	0,2	0,45	648	0,22	0,46
0,6	3,4	3672	749	215	4426	0,05	0,17	1,77	0,3	0,6	1296	0,44	0,50	
pour p = 3 m	0,4	1,5	1080	892	255	1988	0,13	0,06	2,35	0,2	0,45	648	0,21	0,47
0,6	3,1	3348	892	255	4248	0,06	0,15	1,84	0,3	0,6	1296	0,43	0,50	
pour p = 3,5 m	0,4	1,35	972	1034	296	2028	0,15	0,06	2,32	0,2	0,45	648	0,21	0,49
0,6	2,8	3024	1034	296	4069	0,07	0,14	1,88	0,3	0,6	1296	0,41	0,49	
pour p = 4 m	0,4	1,2	864	1176	337	2068	0,17	0,07	2,09	0,2	0,45	648	0,21	0,49
0,6	2,5	2700	1176	337	3891	0,09	0,14	1,84	0,3	0,6	1296	0,4	0,48	
pour p = 4,5 m	0,4	1,05	756	1319	378	2109	0,18	0,08	1,77	0,2	0,45	648	0,22	0,49
0,6	2,3	2484	1319	378	3822	0,1	0,14	1,85	0,3	0,6	1296	0,39	0,49	
pour p = 5 m	0,4	0,95	684	1461	419	2186	0,2	0,09	1,61	0,2	0,45	648	0,22	0,49
0,6	2,1	2268	1461	419	3752	0,11	0,14	1,80	0,3	0,6	1296	0,39	0,48	

VOUTE: f/p = 75 %

l m	h m	M kg	C kg	P kg	R kg	tg B	d m	Tc kg/cm	a m	b m	F kg	d' m	Tcs kg/cm ²	
pour p = 2 m	0,4	2,5	1800	648	153	2453	0,06	0,07	2,40	0,2	0,45	648	0,25	0,50
0,6	3,9	4212	648	153	4862	0,03	0,2	1,64	0,3	0,6	1296	0,48	0,50	
pour p = 2,5 m	0,4	2,05	1476	801	189	2285	0,08	0,06	2,45	0,2	0,45	648	0,23	0,49
0,6	3,55	3834	801	189	4639	0,04	0,18	1,70	0,3	0,6	1296	0,46	0,50	
pour p = 3 m	0,4	1,75	1260	954	225	2225	0,1	0,06	2,41	0,2	0,45	648	0,23	0,49
0,6	3,25	3510	954	225	4470	0,05	0,17	1,75	0,3	0,6	1296	0,45	0,50	
pour p = 3,5 m	0,4	1,5	1080	1107	261	2203	0,12	0,07	2,18	0,2	0,45	648	0,23	0,49
0,6	2,9	3132	1107	261	4247	0,06	0,16	1,74	0,3	0,6	1296	0,43	0,49	
pour p = 4 m	0,4	1,35	972	1260	298	2252	0,13	0,07	2,09	0,2	0,45	648	0,23	0,50
0,6	2,7	2916	1260	298	4187	0,07	0,15	1,80	0,3	0,6	1296	0,42	0,50	
pour p = 4,5 m	0,4	1,2	864	1413	334	2301	0,15	0,08	1,89	0,2	0,45	648	0,23	0,50
0,6	2,5	2700	1413	334	4127	0,08	0,15	1,82	0,3	0,6	1296	0,41	0,50	
pour p = 5 m	0,4	1,05	756	1565	370	2350	0,16	0,09	1,66	0,2	0,45	648	0,24	0,49
0,6	2,25	2430	1565	370	4012	0,09	0,15	1,74	0,3	0,6	1296	0,41	0,49	

ANNEXE II

Hauteur des murs / petites fondations

VOUTE f/p = 56,3%

l m	h m	M kg	C kg	P kg	R kg	tg B	d m	Tc kg/cm	a m	b m	F kg	d' m	Tcs kg/cm ²
pour p = 2 m													
0,4	1,25	900	543	196	1456	0,14	0,08	1,17	0,1	0,3	324	0,15	0,49
0,6	2,05	2214	543	196	2764	0,07	0,2	0,91	0,1	0,3	432	0,28	0,49
pour p = 2,5 m													
0,4	1	720	671	242	1412	0,17	0,09	1,00	0,1	0,3	324	0,15	0,47
0,6	1,8	1944	671	242	2626	0,09	0,2	0,90	0,1	0,3	432	0,27	0,48
pour p = 3 m													
0,4	0,9	648	798	288	1474	0,2	0,1	1,00	0,1	0,3	324	0,15	0,49
0,6	1,65	1782	798	288	2596	0,11	0,19	0,91	0,1	0,3	432	0,26	0,50
pour p = 3,5 m													
0,4	0,8	576	925	334	1538	0,22	0,11	0,94	0,1	0,3	324	0,15	0,50
0,6	1,5	1620	925	334	2567	0,13	0,19	0,90	0,1	0,3	432	0,26	0,50
pour p = 4 m													
0,4	0,7	504	1052	379	1601	0,24	0,12	0,86	0,1	0,3	324	0,16	0,49
0,6	1,35	1458	1052	379	2538	0,15	0,2	0,86	0,1	0,3	432	0,26	0,49
pour p = 4,5 m													
0,4	0,6	432	1180	425	1667	0,26	0,14	0,77	0,1	0,3	324	0,18	0,47
0,6	1,25	1350	1180	425	2565	0,17	0,2	0,85	0,1	0,3	432	0,26	0,50
pour p = 5 m													
0,4	0,55	396	1307	471	1767	0,28	0,16	0,76	0,1	0,3	324	0,19	0,48
0,6	1,15	1242	1307	471	2592	0,18	0,21	0,82	0,1	0,3	432	0,26	0,49

VOUTE f/p = 66,6 %

l m	h m	M kg	C kg	P kg	R kg	tg B	d m	Tc kg/cm	a m	b m	F kg	d' m	Tcs kg/cm ²
pour p = 2 m													
0,4	1,4	1008	607	174	1624	0,11	0,09	1,19	0,1	0,3	324	0,16	0,49
0,6	2,15	2322	607	174	2934	0,06	0,21	0,92	0,1	0,3	432	0,3	0,50
pour p = 2,5 m													
0,4	1,15	828	749	215	1592	0,14	0,1	1,10	0,1	0,3	324	0,16	0,49
0,6	1,95	2106	749	215	2863	0,08	0,2	0,94	0,1	0,3	432	0,28	0,50
pour p = 3 m													
0,4	1	720	892	255	1632	0,16	0,1	1,05	0,1	0,3	324	0,16	0,50
0,6	1,75	1890	892	255	2794	0,09	0,2	0,93	0,1	0,3	432	0,28	0,50
pour p = 3,5 m													
0,4	0,85	612	1034	296	1672	0,18	0,12	0,95	0,1	0,3	324	0,17	0,49
0,6	1,55	1674	1034	296	2724	0,11	0,2	0,89	0,1	0,3	432	0,28	0,49
pour p = 4 m													
0,4	0,75	540	1176	337	1749	0,2	0,13	0,90	0,1	0,3	324	0,18	0,49
0,6	1,4	1512	1176	337	2709	0,13	0,21	0,87	0,1	0,3	432	0,28	0,49
pour p = 4,5 m													
0,4	0,65	468	1319	378	1827	0,21	0,14	0,84	0,1	0,3	324	0,19	0,48
0,6	1,3	1404	1319	378	2749	0,14	0,21	0,86	0,1	0,3	432	0,28	0,50
pour p = 5 m													
0,4	0,6	432	1461	419	1939	0,22	0,15	0,84	0,1	0,3	324	0,2	0,49
0,6	1,2	1296	1461	419	2789	0,15	0,22	0,85	0,1	0,3	432	0,28	0,50

VOUTE: f/p = 75 %

l m	h m	M kg	C kg	P kg	R kg	tg B	d m	Tc kg/cm	a m	b m	F kg	d' m	Tcs kg/cm ²
pour p = 2 m													
0,4	1,55	1116	648	153	1771	0,09	0,1	1,19	0,1	0,3	324	0,18	0,50
0,6	2,25	2430	648	153	3082	0,05	0,22	0,93	0,1	0,3	432	0,31	0,50
pour p = 2,5 m													
0,4	1,3	936	801	189	1747	0,11	0,1	1,15	0,1	0,3	324	0,17	0,50
0,6	2	2160	801	189	2967	0,06	0,21	0,92	0,1	0,3	432	0,3	0,50
pour p = 3 m													
0,4	1,1	792	954	225	1760	0,13	0,11	1,08	0,1	0,3	324	0,18	0,50
0,6	1,8	1944	954	225	2907	0,08	0,21	0,91	0,1	0,3	432	0,29	0,50
pour p = 3,5 m													
0,4	0,95	684	1107	261	1810	0,15	0,12	1,02	0,1	0,3	324	0,18	0,50
0,6	1,65	1782	1107	261	2901	0,09	0,21	0,92	0,1	0,3	432	0,29	0,50
pour p = 4 m													
0,4	0,8	576	1260	298	1860	0,16	0,13	0,93	0,1	0,3	324	0,19	0,48
0,6	1,5	1620	1260	298	2895	0,1	0,21	0,90	0,1	0,3	432	0,29	0,50
pour p = 4,5 m													
0,4	0,7	504	1413	334	1946	0,17	0,15	0,89	0,1	0,3	324	0,2	0,48
0,6	1,35	1458	1413	334	2890	0,12	0,22	0,87	0,1	0,3	432	0,29	0,50
pour p = 5 m													
0,4	0,65	468	1565	370	2066	0,18	0,15	0,90	0,1	0,3	324	0,21	0,50
0,6	1,25	1350	1565	370	2938	0,13	0,23	0,87	0,1	0,3	432	0,29	0,50